

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG TIKZ VẼ ĐỒ THỊ CƠ BẢN

HỒ HÀ ĐẶNG

11/2017

MỤC LỤC

I	Vẽ đồ thị bằng TikZ	3
1	Bắt đầu	3
1.1	Hệ trục là quan trọng nhất	3
1.2	Thêm nữa	6
1.2.1	Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$	6
1.2.2	Hàm số $y = x^4 - x^2 - 2$	7
1.3	Hàm lượng giác $y = \sin x$	8
2	Nâng cao	8
2.1	Tô miền tích phân	8
2.2	Hàm phân thức	13
2.3	Tạo lưới	17
3	Phóng to thu nhỏ bằng tùy chọn scale	17
4	Chỉ dẫn thêm các thuộc tính	19
4.1	Tô màu	19
4.2	Tô sọc	19
4.3	Tùy chọn vị trí	20
II	Vẽ hình học phẳng bằng tkz-euclide	20
5	Mở đầu	20
6	Nâng cao	21
6.1	Vẽ hệ điểm cơ bản	21
6.2	Vẽ đường tròn	22
6.3	Vẽ giao điểm	23
6.4	Đánh dấu góc	25
6.5	Đường tròn ngoại tiếp	26
6.6	Đặt tên cho đẹp	27
7	Các lệnh cơ sở cho phép chiếu và phép biến hình	30
7.1	Phép dựng song song	30
7.2	Phép chiếu vuông góc	30
7.3	Phép biến hình	30
7.3.1	Tịnh tiến	30
7.3.2	Quay	31
7.3.3	Đối xứng tâm	32
7.3.4	Đối xứng trục	32
7.3.5	Vị tự	33
7.3.6	Tổng hợp	33

8	Các điểm đặc biệt và đường đặc biệt trong tam giác	34
8.1	Trung điểm	34
8.2	Trọng tâm	34
8.3	Tâm đường tròn ngoại tiếp	34
8.4	Tâm đường tròn nội tiếp	34
8.5	Trục tâm	34
8.6	Đường cao	34
8.7	Đường trung tuyến	34
8.8	Đường phân giác	34
8.9	Đường trung trực	34
9	Thực hành	34
10	TẠM KẾT	36
11	TÀI LIỆU THAM KHẢO	36

ABSTRACT

Tài liệu nhỏ này hy vọng sẽ giúp ích thầy cô khi vẽ hình bằng TikZ và tkz-euclide.

Phần 1. Vẽ đồ thị bằng TikZ

Phần 2. Vẽ hình bằng gói tkz-euclide

* Thạc sĩ Hồ Hà Đặng - Trường Hòa Bình - Tân Phú - HCMc

¹ hadang.math@gmail.com - facebook: thaydangtoan

Phần I.

Vẽ đồ thị bằng TikZ

1 BẮT ĐẦU

Những việc cần làm đầu tiên là nạp gói. Ta chỉ cần nạp đủ xài, khi nào thiếu ta nạp tiếp. Hiện giờ ta cần:

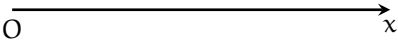
```
\usepackage{tkz-euclide}
\usetkzobj{all}
\usepackage{tikz,tkz-tab,tkz-linknodes}
```

Gói Euclide có thể chưa dùng tới. Nhưng ta nạp sẵn và “để dành”. Các bước:

1. Tạo file đơn giản
2. Copy code đơn giản
3. Chạy thử nghiệm

File mẫu đơn giản ta copy như sau:

<pre>\documentclass[12pt,a4paper]{article} \usepackage[utf8]{vietnam} \usepackage{tkz-euclide} \usetkzobj{all} \usepackage{tikz,tkz-tab,tkz-linknodes} \begin{document} \begin{tikzpicture}[>=stealth]</pre>	<pre>\draw[->,line width = 1pt] (0,0)% node[below]{\$O\$}--(5,0) node[below]{\$x\$}; \end{tikzpicture} \end{document}</pre>
---	--

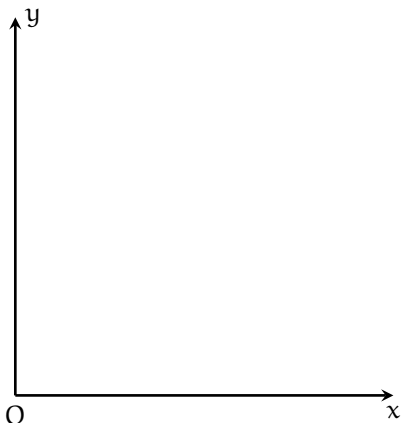
kết quả là 

Lệnh vẽ được trục Ox đơn giản.

Ta dừng lại đôi chút để có căn bản. Lệnh `\begin{tikzpicture}[>=stealth]` và `\end{tikzpicture}` là mở đầu và kết thúc của một hình TikZ. Các tùy chọn nằm trong dấu [...] và ở đây là tùy chọn mũi tên theo kiểu stealth. Lệnh `\draw` là lệnh vẽ cơ sở. Tùy chọn vẽ mũi tên, độ dày 1pt từ điểm (0,0) đến (5,0); lệnh `node[below]` sẽ gán nhãn phía trên hoặc các tùy chọn khác tại điểm có tọa độ tương ứng.

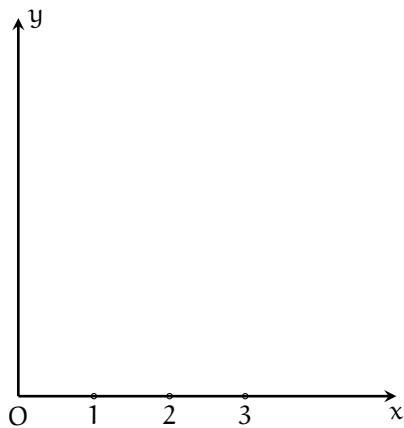
1.1 Hệ trục là quan trọng nhất

Vừa dựng được trục Ox, giờ ta tiếp với trục Oy.



```
\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) node[below]{$O$}--(5,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) --(0,5) node[right]{$y$};
\end{tikzpicture}
```

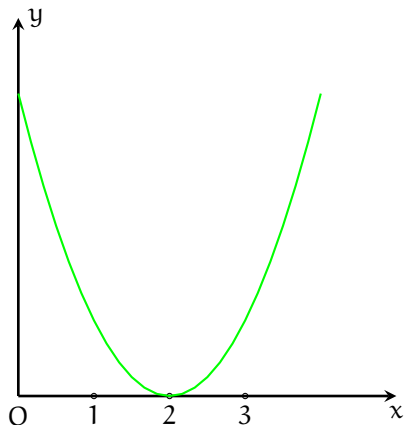
Quá dễ đúng không? Vậy lệnh lấy điểm trên trục như thế nào. Ở đây liên quan đến vòng lặp. Tuy nhiên việc vẽ một điểm rời rạc nào đó trên hệ trục thì không còn gì dễ hơn.



```
\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) node[below]{$O$}--(5,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) --(0,5) node[right]{$y$};
\draw (1,0) node[below]{$1$} circle (1pt);
\draw (2,0) node[below]{$2$} circle (1pt);
\draw (3,0) node[below]{$3$} circle (1pt);
\end{tikzpicture}
```

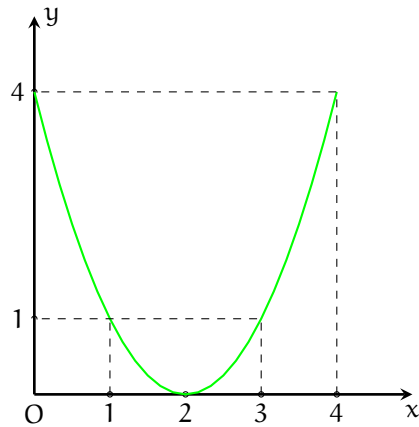
Vòng lặp sẽ được hướng dẫn ở mục 1.2.

Sau đây không phải đợi lâu, ta thử vẽ đồ thị hàm số nào!



```
\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) node[below]{$O$}--(5,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) --(0,5) node[right]{$y$};
\draw (1,0) node[below]{$1$} circle (1pt);
\draw (2,0) node[below]{$2$} circle (1pt);
\draw (3,0) node[below]{$3$} circle (1pt);
\draw [green, thick, domain=0:4] plot (\x, {(\x)^2-4*\x+4});
\end{tikzpicture}
```

Thử tạo đường kẻ đứt để nối các điểm nào!

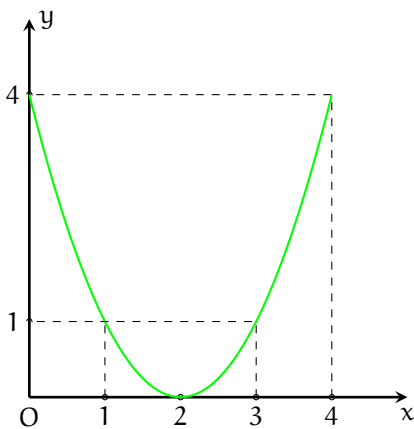


```

\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) node[below]{$O$}--(5,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) --(0,5) node[right]{$y$};
\draw (1,0) node[below]{$1$} circle (1pt);
\draw (2,0) node[below]{$2$} circle (1pt);
\draw (3,0) node[below]{$3$} circle (1pt);
\draw (4,0) node[below]{$4$} circle (1pt);
\draw [green, thick, domain=0:4] plot (\x, {(\x)^2-4*\x+4});
\draw [dashed] (3,0)--(3,1)--(0,1) node[left]{$1$} circle(1pt);
\draw [dashed] (1,0)--(1,1);
\draw [dashed] (4,0)--(4,4)--(0,4) node[left]{$4$} circle(1pt);
\end{tikzpicture}

```

Ồ, nhìn có vẻ không “smooth” lắm, đứt đứt sao ấy. Vậy ta “smoothie” nó nhé.



```

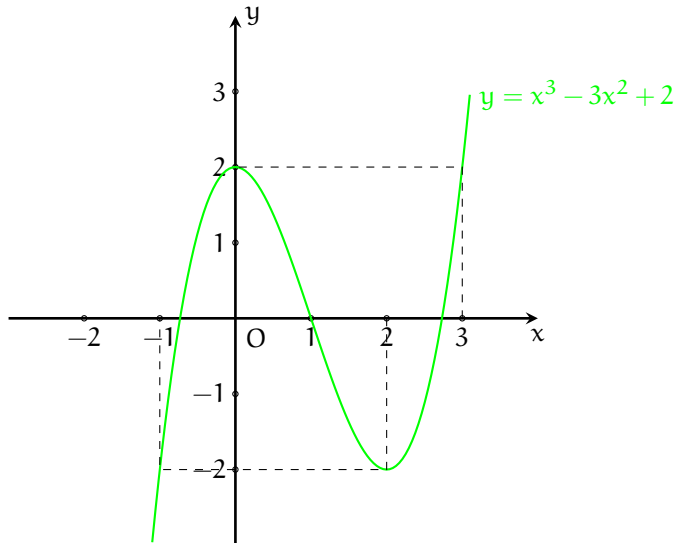
\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) node[below]{$O$}--(5,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) --(0,5) node[right]{$y$};
\draw (1,0) node[below]{$1$} circle (1pt);
\draw (2,0) node[below]{$2$} circle (1pt);
\draw (3,0) node[below]{$3$} circle (1pt);
\draw (4,0) node[below]{$4$} circle (1pt);
\draw [green, thick, domain=0:4, samples=100] plot (\x, {(\x)^2-4*\x+4});
\draw [dashed] (3,0)--(3,1)--(0,1) node[left]{$1$} circle(1pt);
\draw [dashed] (1,0)--(1,1);
\draw [dashed] (4,0)--(4,4)--(0,4) node[left]{$4$} circle(1pt);
\end{tikzpicture}

```

1.2 Thêm nữa

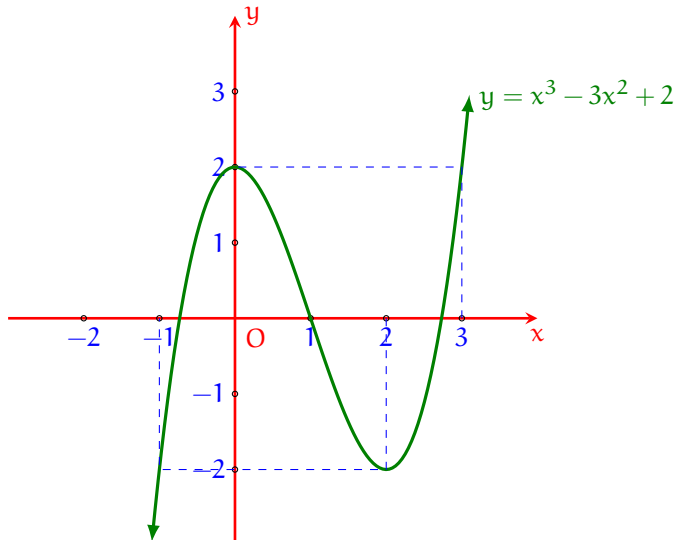
Thử đồ thị của một số hàm phức tạp hơn nào! Cứ nghĩ đơn giản như vừa rồi thôi. Hệ trục, điểm và đồ thị.

1.2.1 Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$



```
\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt] (-3,0)--(0,0) node[below right]{$O$}--(4,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt] (0,-3) --(0,4) node[right]{$y$};
\foreach \x in {-2,-1,1,2,3}{
\draw (\x,0) node[below]{$\x$} circle (1pt);
\draw (0,\x) node[left]{$\x$} circle (1pt);
}
\draw [green, thick, domain=-1.1:3.1, samples=100] %
plot (\x, {(\x)^3-3*(\x)^2+2}) node[right]{$y=x^3-3x^2+2$};
\draw [dashed] (2,0)--(2,-2)--(0,-2)--(-1,-2)--(-1,0);
\draw [dashed] (3,0)--(3,2)--(0,2);
\end{tikzpicture}
```

Thêm chút màu mè nào, có thể thích dày hơn được không?



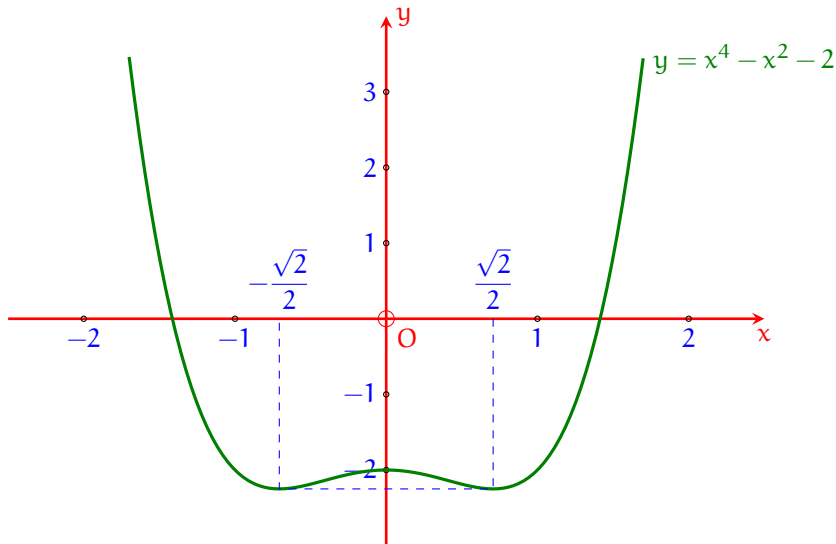
```

\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt,red] (-3,0)--(0,0) node[below right]{$O$}--(4,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt,red] (0,-3) --(0,4) node[right]{$y$};
\foreach \x in {-2,-1,1,2,3}{
\draw (\x,0) node[below,blue]{$\x$} circle (1pt);
\draw (0,\x) node[left,blue]{$\x$} circle (1pt);
}
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt, domain=-1.1:3.1, samples=100,<->,>=latex] %
plot (\x, {(\x)^3-3*(\x)^2+2}) node[right]{$y=x^3-3x^2+2$};
\draw [dashed,blue] (2,0)--(2,-2)--(0,-2)--(-1,-2)--(-1,0);
\draw [dashed,blue] (3,0)--(3,2)--(0,2);
\end{tikzpicture}

```

1.2.2 Hàm số $y = x^4 - x^2 - 2$

Ta có thể tạo 2 vòng lặp để chạy trên từng trục. Thử tạo vòng tròn đẹp đẹp chỗ gốc tọa độ.

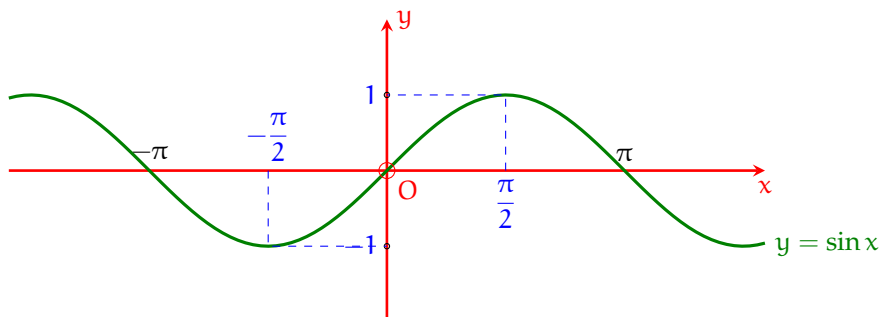


```

\begin{tikzpicture}[>=stealth,x=2cm,y=1cm]
\draw[->,line width = 1pt,red] (-2.5,0)--(0,0)%
node[below right]{$O$}--(2.5,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt,red] (0,-3) --(0,4) node[right]{$y$};
\foreach \x in {-2,-1,1,2}{
\draw (\x,0) node[below,blue]{$\x$} circle (1pt);%Ox
}
\foreach \y in {-2,-1,1,2,3}{
\draw (0,\y) node[left,blue]{$\y$} circle (1pt);%Oy
}
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt, domain=-1.7:1.7, samples=100]%
plot (\x, {(\x)^4-(\x)^2-2}) node[right]{$y=x^4-x^2-2$};
\draw [dashed,blue] (.707,0) node[above]{$\frac{\sqrt{2}}{2}$}%
--(.707,-2.25)--(-.707,-2.25)--(-.707,0)
node[above]{$-\frac{\sqrt{2}}{2}$};
\draw[fill=none,red] (0,0) circle(3pt);
\end{tikzpicture}

```

1.3 Hàm lượng giác $y = \sin x$



```

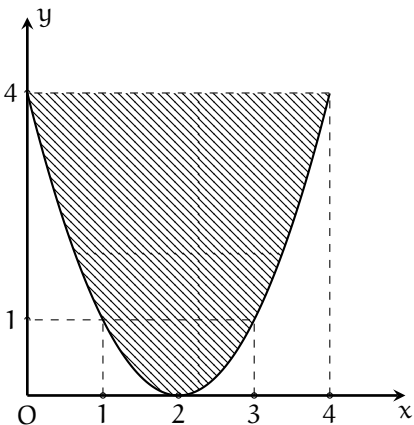
\begin{tikzpicture}[>=stealth,x=1cm,y=1cm]
\draw[->,line width = 1pt,red] (-5,0)--(0,0)%
node[below right]{$O$}--(5,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt,red] (0,-2) --(0,2) node[right]{$y$};
\draw (-3.14,0) node[above]{$-\pi$} (3.14,0) node[above]{$\pi$};
\foreach \y in {-1,1}{
\draw (0,\y) node[left,blue]{$\y$} circle (1pt);%Oy
}
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt, domain=-5:5, samples=100]%
plot (\x, {\sin(\x*180/pi)}) node[right]{$y=\sin x$};
\draw [dashed,blue] (-1.57,0) node[above]{$-\frac{\pi}{2}$}--(-1.57,-1)--(0,-1);
\draw [dashed,blue] (1.57,0) node[below]{$\frac{\pi}{2}$}--(1.57,1)--(0,1);
\draw[fill=none,red] (0,0) circle(3pt);
\end{tikzpicture}

```

2 NÂNG CAO

2.1 Tô miền tích phân

Chỉ một lệnh đơn giản `\draw[pattern = ...]`

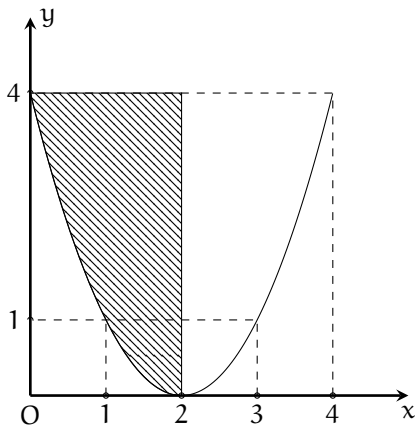



```

\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) node[below]{$O$}--(5,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) --(0,5) node[right]{$y$};
\draw (1,0) node[below]{$1$} circle (1pt);
\draw (2,0) node[below]{$2$} circle (1pt);
\draw (3,0) node[below]{$3$} circle (1pt);
\draw (4,0) node[below]{$4$} circle (1pt);
\draw [pattern = north west lines, thick, domain=0:4, samples=100] plot (\x, {(\x)^2-4*\x+4});
\draw [dashed] (3,0)--(3,1)--(0,1) node[left]{$1$} circle(1pt);
\draw [dashed] (1,0)--(1,1);
\draw [dashed] (4,0)--(4,4)--(0,4) node[left]{$4$} circle(1pt);
\end{tikzpicture}

```

Nếu chỉ muốn tô một nửa thì sao? Ta vẽ parabol dần dần nhé!

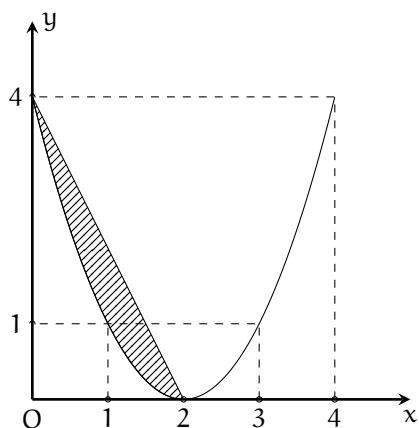


```

\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) node[below]{$O$}--(5,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) --(0,5) node[right]{$y$};
\draw (1,0) node[below]{$1$} circle (1pt);
\draw (2,0) node[below]{$2$} circle (1pt);
\draw (3,0) node[below]{$3$} circle (1pt);
\draw (4,0) node[below]{$4$} circle (1pt);
\draw [samples=100, domain=0:4] plot (\x, {(\x)^2-4*\x+4});
\fill [draw, pattern = north west lines](2,0) parabola (0,4)--(2,4)--cycle;
\draw [dashed] (3,0)--(3,1)--(0,1) node[left]{$1$} circle(1pt);
\draw [dashed] (1,0)--(1,1);
\draw [dashed] (4,0)--(4,4)--(0,4) node[left]{$4$} circle(1pt);
\end{tikzpicture}

```

Hoặc một phần.

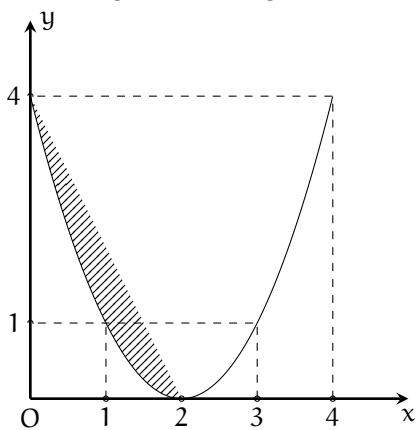


```

\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) node[below]{$O$}--(5,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) --(0,5) node[right]{$y$};
\draw (1,0) node[below]{$1$} circle (1pt);
\draw (2,0) node[below]{$2$} circle (1pt);
\draw (3,0) node[below]{$3$} circle (1pt);
\draw (4,0) node[below]{$4$} circle (1pt);
\draw [samples=100, domain=0:4] plot (\x, {(\x)^2-4*\x+4});
\fill [draw, pattern = north east lines](2,0) parabola (0,4)--cycle;
\draw [dashed] (3,0)--(3,1)--(0,1) node[left]{$1$} circle(1pt);
\draw [dashed] (1,0)--(1,1);
\draw [dashed] (4,0)--(4,4)--(0,4) node[left]{$4$} circle(1pt);
\end{tikzpicture}

```

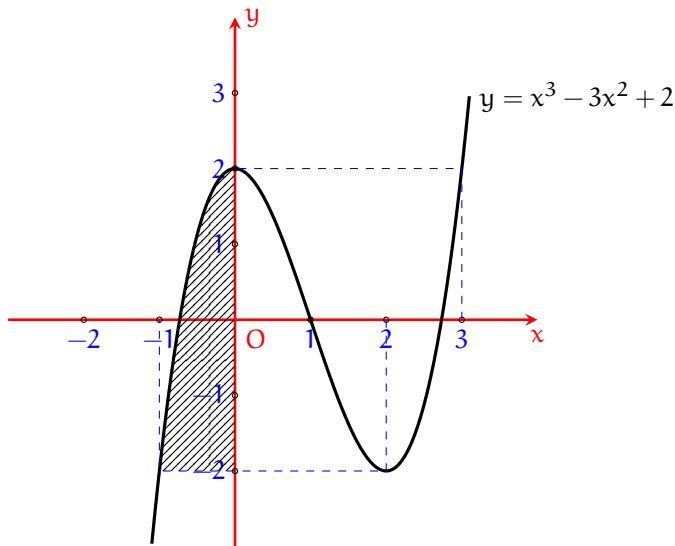
Nếu không muốn đường “viên”. Các tùy chọn khác mời đọc phần 4.



```

\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) node[below]{$O$}--(5,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt] (0,0) --(0,5) node[right]{$y$};
\draw (1,0) node[below]{$1$} circle (1pt);
\draw (2,0) node[below]{$2$} circle (1pt);
\draw (3,0) node[below]{$3$} circle (1pt);
\draw (4,0) node[below]{$4$} circle (1pt);
\draw [samples=100, domain=0:4] plot (\x, {(\x)^2-4*\x+4});
\fill [draw=none, pattern = north east lines](2,0) parabola (0,4)--cycle;
\draw [dashed] (3,0)--(3,1)--(0,1) node[left]{$1$} circle(1pt);
\draw [dashed] (1,0)--(1,1);
\draw [dashed] (4,0)--(4,4)--(0,4) node[left]{$4$} circle(1pt);
\end{tikzpicture}

```

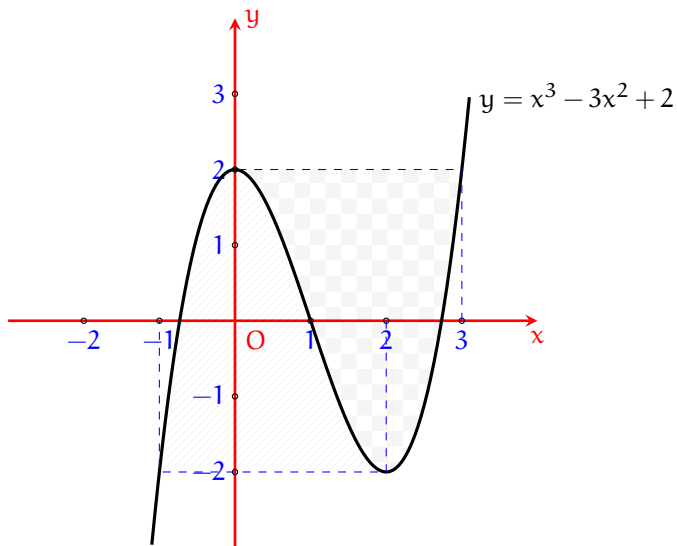


```

\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt,red] (-3,0)--(0,0) node[below right]{$O$}--(4,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt,red] (0,-3) --(0,4) node[right]{$y$};
\foreach \x in {-2,-1,1,2,3}{
\draw (\x,0) node[below,blue]{$\x$} circle (1pt);
\draw (0,\x) node[left,blue]{$\x$} circle (1pt);
}
\draw [line width = 1.2pt, domain=-1.1:3.1, samples=100,>=latex]%
plot (\x, {(\x)^3-3*(\x)^2+2}) node[right]{$y=x^3-3x^2+2$};
\draw[pattern = north east lines, line width = 1.2pt,draw=none] (-1,-2)%
plot[domain=-1:0] (\x, {(\x)^3-3*(\x)^2+2})--(0,2) -- (0,-2)--cycle;
\draw [dashed,blue] (2,0)--(2,-2)--(0,-2)--(-1,-2)--(-1,0);
\draw [dashed,blue] (3,0)--(3,2)--(0,2);
\end{tikzpicture}

```

Hoặc muốn rõ hơn?



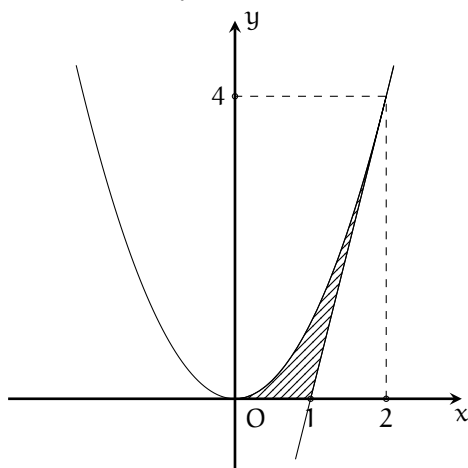
```

\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt,red] (-3,0)--(0,0) node[below right]{$O$}--(4,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt,red] (0,-3) --(0,4) node[right]{$y$};
\foreach \x in {-2,-1,1,2,3}{
\draw (\x,0) node[below,blue]{$\x$} circle (1pt);
\draw (0,\x) node[left,blue]{$\x$} circle (1pt);
}
\draw [line width = 1.2pt, domain=-1.1:3.1, samples=100,>=latex]%
plot (\x, {\x^3-3*\x^2+2}) node[right]{$y=x^3-3x^2+2$};
\draw[pattern = north east lines,opacity=.2, line width = 1.2pt,draw=none] (-1,-2)%
plot[domain=-1:2] (\x, {\x^3-3*\x^2+2})--(2,-2)--cycle;
\draw[pattern = checkerboard,opacity=.2, line width = 1.2pt,draw=none] (0,2)%
plot[domain=0:3] (\x, {\x^3-3*\x^2+2})--(3,2)--cycle;

\draw [dashed,blue] (2,0)--(2,-2)--(0,-2)--(-1,-2)--(-1,0);
\draw [dashed,blue] (3,0)--(3,2)--(0,2);
\end{tikzpicture}

```

Thêm ví dụ đây:

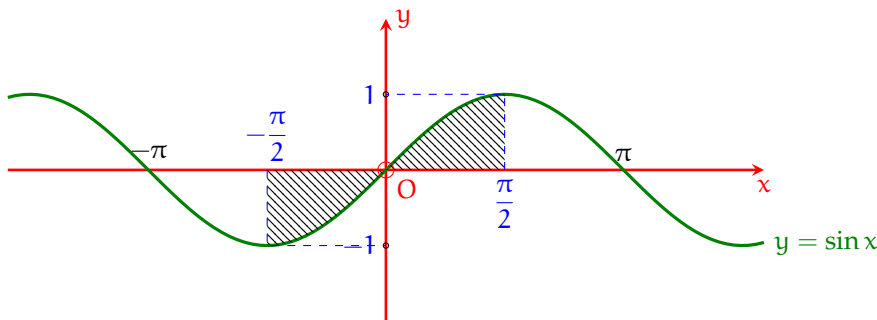


```

\begin{tikzpicture}[>=stealth]
\draw[->,line width = 1pt] (-3,0)--(0,0) node[below right]{$O$}--(3,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt] (0,-1)--(0,5) node[right]{$y$};
\draw (1,0) node[below]{$1$} circle (1pt);
\draw (2,0) node[below]{$2$} circle (1pt);
\draw (0,4) node[left]{$4$} circle (1pt);
\draw [samples=100, domain=-2.1:2.1] plot (\x, {(\x)^2});
\draw [samples=100, domain=0.8:2.1] plot (\x, {4*\x-4});
\fill [draw, pattern = north east lines](0,0) parabola (2,4)--(1,0)--cycle;
\draw [dashed] (2,0)--(2,4)--(0,4);
\end{tikzpicture}

```

Hàm lượng giác $y = \sin x$



```

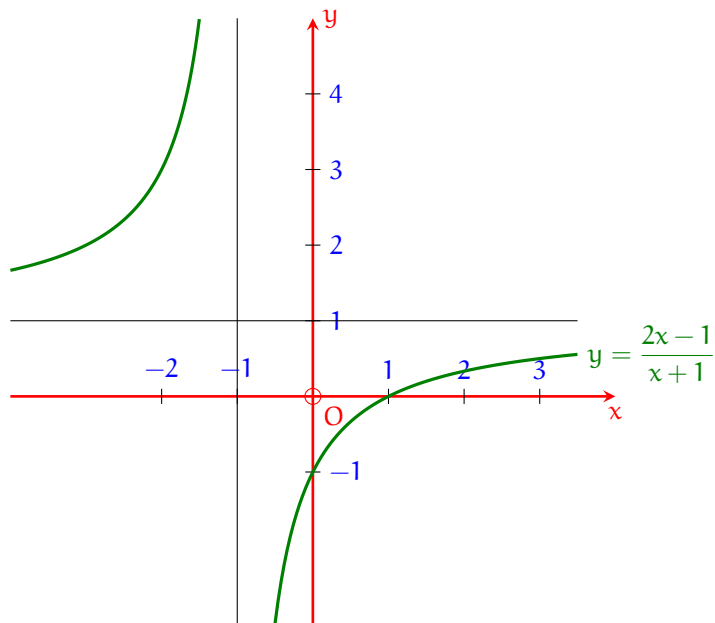
\begin{tikzpicture}[>=stealth,x=1cm,y=1cm]
\draw[->,line width = 1pt,red] (-5,0)--(0,0)%
node[below right]{$O$}--(5,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt,red] (0,-2)--(0,2) node[right]{$y$};
\draw (-3.14,0) node[above]{$-\pi$} (3.14,0) node[above]{$\pi$};
\foreach \y in {-1,1}{
\draw (0,\y) node[left,blue]{$\y$} circle (1pt);%Oy
}
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt, domain=-5:5, samples=100]%
plot (\x, {\sin(\x*180/pi)}) node[right]{$y = \sin x$};
\draw[draw=none,pattern = north west lines](-1.57,-1)
plot[domain=-1.57:0](\x, {\sin(\x*180/pi)}) (0,0) plot[domain=0:1.57](\x, {\sin(\x*180/pi)})%
(1.57,1)--(1.57,0)--(-1.57,0)--(-1.57,-1);
\draw [dashed,blue] (-1.57,0) node[above]{$-\frac{\pi}{2}$}--(-1.57,-1)--(0,-1);
\draw [dashed,blue] (1.57,0) node[below]{$\frac{\pi}{2}$}--(1.57,1)--(0,1);
\draw[fill=none,red] (0,0) circle(3pt);
\end{tikzpicture}

```

2.2 Hàm phân thức

Hàm số $y = \frac{x - 1}{x + 1}$

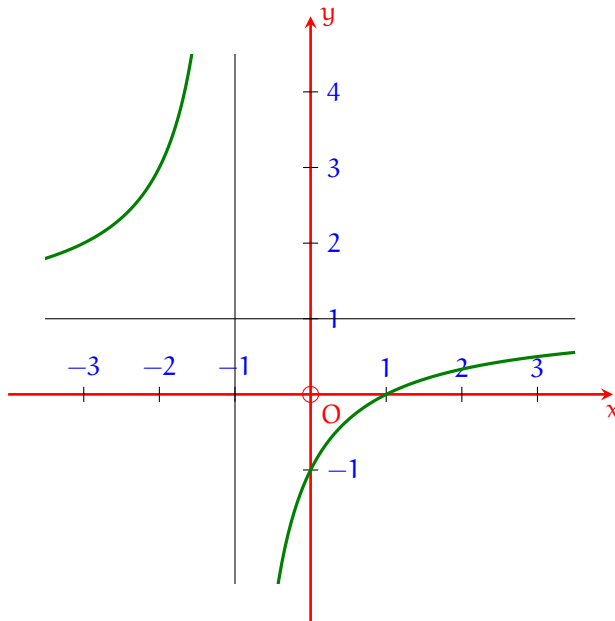
Thay đổi dấu trên trục thành gạch.



```

\begin{tikzpicture}[>=stealth,x=1cm,y=1cm]
\draw[->,line width = 1pt,red] (-4,0)--(0,0)%
node[below right]{$O$}--(4,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt,red] (0,-3) --(0,5) node[right]{$y$};
\foreach \x in {-2,-1,1,2,3}{
\draw (\x,-1)--(\x,1) node[above,blue]{$\x$};%Oy
}
\foreach \y in {-1,1,2,3,4}{
\draw[-] (-1,\y)--(.1,\y) node[right,blue]{$\y$};%Ox
}
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt]%
plot[domain=-4:-1.5, samples=100] (\x, {(\x-1)/(\x+1)});
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt]%
plot[domain=-0.5:3.5, samples=100] (\x, {(\x-1)/(\x+1)}) %
node[right]{$y=\dfrac{2x-1}{x+1}$};
\draw [domain=-4:3.5] plot (\x, {1}); %TCD
\draw [-] (-1,-3)--(-1,5); %TCN
\draw[fill=none,red] (0,0) circle(3pt);
\end{tikzpicture}
    
```

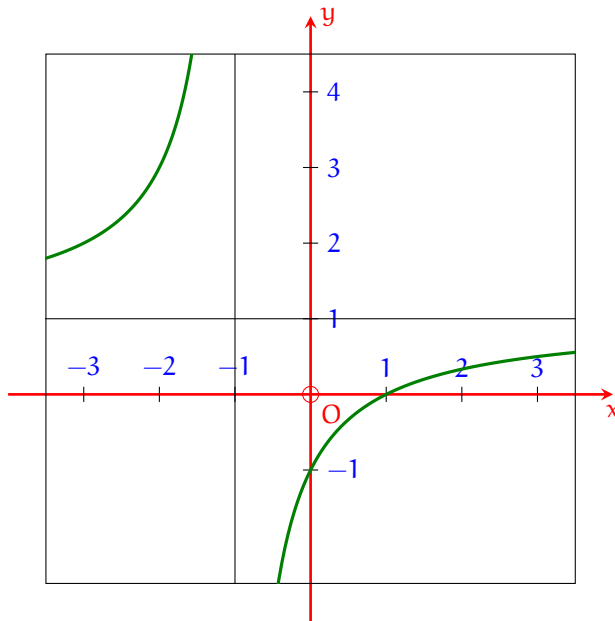
Thêm lệnh `\clip` trước khi vẽ đồ thị sẽ cắt phần đồ thị theo ý muốn.



```

\begin{tikzpicture}[>=stealth,x=1cm,y=1cm]
\draw[->,line width = 1pt,red] (-4,0)--(0,0)%
node[below right]{$O$}--(4,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt,red] (0,-3) --(0,5) node[right]{$y$};
\foreach \x in {-3,-2,-1,1,2,3}{
\draw (\x,-.1)--(\x,.1) node[above,blue]{$\x$};%Oy
}
\foreach \y in {-1,1,2,3,4}{
\draw[-] (-.1,\y)--(.1,\y) node[right,blue]{$\y$};%Ox
}
\clip (-3.5,-2.5) rectangle (3.5,4.5);
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt]%
plot[domain=-4:-1.5, samples=100] (\x, {(\x-1)/(\x+1)});
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt]%
plot[domain=-0.5:3.5, samples=100] (\x, {(\x-1)/(\x+1)}) %
node[right]{$y=\dfrac{2x-1}{x+1}$};
\draw [domain=-4:3.5] plot (\x,{1}); %TCD
\draw [-] (-1,-3)--(-1,5); %TCN
\draw[fill=none,red] (0,0) circle(3pt);
\end{tikzpicture}
    
```

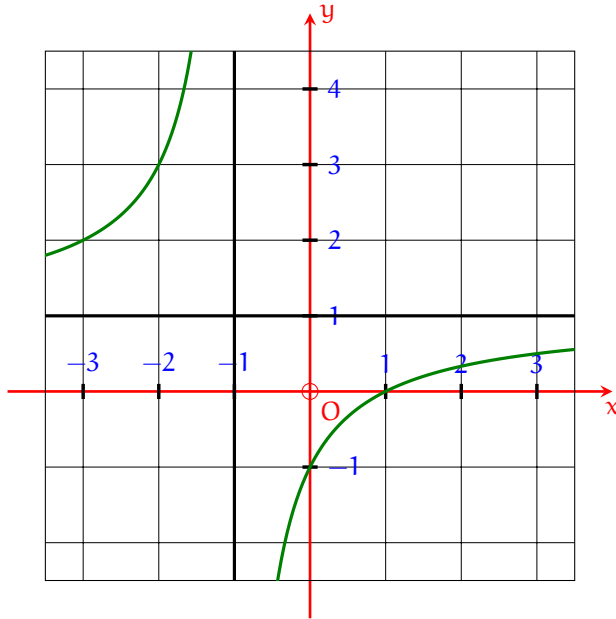
Rõ hơn miền `\clip`



```

\begin{tikzpicture}[>=stealth,x=1cm,y=1cm]
\draw[->,line width = 1pt,red] (-4,0)--(0,0)%
node[below right]{$O$}--(4,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt,red] (0,-3) --(0,5) node[right]{$y$};
\foreach \x in {-3,-2,-1,1,2,3}{
\draw[-] (\x,-.1)--(\x,.1) node[above,blue]{$\x$};%Ox
}
\foreach \y in {-1,1,2,3,4}{
\draw[-] (-.1,\y)--(.1,\y) node[right,blue]{$\y$};%Oy
}
\clip[draw] (-3.5,-2.5) rectangle (3.5,4.5);
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt]%
plot[domain=-4:-1.5, samples=100] (\x, {(\x-1)/(\x+1)});
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt]%
plot[domain=-0.5:3.5, samples=100] (\x, {(\x-1)/(\x+1)}) %
node[right]{$y=\dfrac{2x-1}{x+1}$};
\draw [domain=-4:3.5] plot (\x,{1}); %TCD
\draw [-] (-1,-3)--(-1,5); %TCN
\draw[fill=none,red] (0,0) circle(3pt);
\end{tikzpicture}
    
```


2.3 Tạo lưới



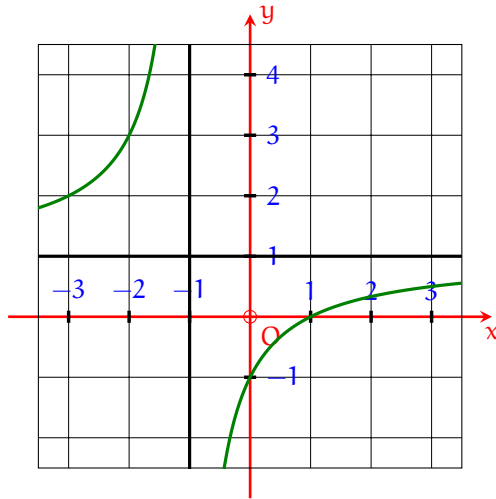
```

\begin{tikzpicture}[>=stealth,x=1cm,y=1cm]
\draw[line width=0.2pt] (-3.5,-2.5) grid (3.5,4.5);
\draw[->,line width = 1pt,red] (-4,0)--(0,0)%
node[below right]{$O$}--(4,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt,red] (0,-3) --(0,5) node[right]{$y$};
\foreach \x in {-3,-2,-1,1,2,3}{
\draw[-,line width=1.3pt] (\x,-.1)--(\x,.1) node[above,blue]{$\x$};%Ox
}
\foreach \y in {-1,1,2,3,4}{
\draw[-,line width=1.3pt] (-.1,\y)--(.1,\y) node[right,blue]{$\y$};%Oy
}
\clip[draw] (-3.5,-2.5) rectangle (3.5,4.5);
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt]%
plot[domain=-4:-1.5, samples=100] (\x, {(\x-1)/(\x+1)});
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt]%
plot[domain=-0.5:3.5, samples=100] (\x, {(\x-1)/(\x+1)}) %
node[right]{$y=\dfrac{2x-1}{x+1}$};
\draw [domain=-4:3.5,line width=1.2pt] plot (\x,{1}); %TCD
\draw [-,line width=1.2pt] (-1,-3)--(-1,5); %TCN
\draw[fill=none,red] (0,0) circle(3pt);
\end{tikzpicture}

```

3 PHÔNG TO THU NHỎ BẰNG TỰ CHỌN SCALE

Nhỏ 80%:

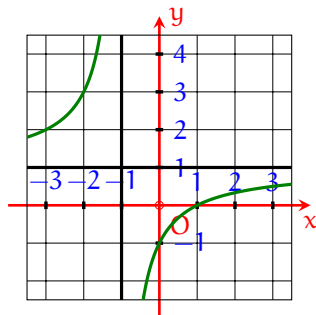


```

\begin{tikzpicture}[>=stealth,x=1cm,y=1cm,scale=0.8]
\draw[line width=0.2pt] (-3.5,-2.5) grid (3.5,4.5);
\draw[->,line width = 1pt,red] (-4,0)--(0,0)%
node[below right]{$O$}--(4,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt,red] (0,-3) --(0,5) node[right]{$y$};
\foreach \x in {-3,-2,-1,1,2,3}{
\draw[-,line width=1.3pt] (\x,-.1)--(\x,.1) node[above,blue]{$\x$};%Ox
}
\foreach \y in {-1,1,2,3,4}{
\draw[-,line width=1.3pt] (-.1,\y)--(.1,\y) node[right,blue]{$\y$};%Oy
}
\clip[draw] (-3.5,-2.5) rectangle (3.5,4.5);
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt]%
plot[domain=-4:-1.5, samples=100] (\x, {(\x-1)/(\x+1)});
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt]%
plot[domain=-0.5:3.5, samples=100] (\x, {(\x-1)/(\x+1)}) node[right]{$y=\dfrac{2x-1}{x+1}$};
\draw [domain=-4:3.5,line width=1.2pt] plot (\x,{1}); %TCD
\draw [-,line width=1.2pt] (-1,-3)--(-1,5); %TCN
\draw[fill=none,red] (0,0) circle(3pt);
\end{tikzpicture}

```

Cho nhỏ tí hơn luôn (50%)



```

\begin{tikzpicture}[>=stealth,x=1cm,y=1cm,scale=0.5]
\draw[line width=0.2pt] (-3.5,-2.5) grid (3.5,4.5);
\draw[->,line width = 1pt,red] (-4,0)--(0,0)%
node[below right]{$O$}--(4,0) node[below]{$x$};
\draw[->,line width = 1pt,red] (0,-3) --(0,5) node[right]{$y$};
\foreach \x in {-3,-2,-1,1,2,3}{
\draw[-,line width=1.3pt] (\x,-1)--(\x,.1) node[above,blue]{$\x$};%Oy
}
\foreach \y in {-1,1,2,3,4}{
\draw[-,line width=1.3pt] (-.1,\y)--(.1,\y) node[right,blue]{$\y$};%Ox
}
\clip[draw] (-3.5,-2.5) rectangle (3.5,4.5);
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt]%
plot[domain=-4:-1.5, samples=100] (\x, {(\x-1)/(\x+1)});
\draw [green!50!black, line width = 1.2pt]%
plot[domain=-0.5:3.5, samples=100] (\x, {(\x-1)/(\x+1)}) node[right]{$y=\dfrac{2x-1}{x+1}$};
\draw [domain=-4:3.5,line width=1.2pt] plot (\x,{1}); %TCD
\draw [-,line width=1.2pt] (-1,-3)--(-1,5); %TCN
\draw[fill=none,red] (0,0) circle(3pt);
\end{tikzpicture}

```

4 CHỈ DẪN THÊM CÁC THUỘC TÍNH

4.1 Tô màu

Ta muốn tô màu cơ bản có thể dùng `\fill[blue]` ●, thay blue bởi red ●, yellow ●, ... ta được màu mong muốn. Nếu muốn nhạt hơn ta dùng `\fill[blue!50!red]` ● hoặc `\fill[blue!50!black]` ●...

4.2 Tô sọc

Các tùy chọn tô sọc như trong hình sau:

- horizontal lines: `\tikz \draw[blue, pattern = horizontal lines, pattern color=red!30] (0,0) circle(12pt);`



- vertical lines: `\tikz \draw[blue, pattern = vertical lines, pattern color=green!30] (0,0) circle(12pt);`



- north east lines: `\tikz \draw[blue, pattern = north east lines] (0,0) circle(12pt);`









- north west lines
- grid
- crosshatch
- dots
- crosshatch dots

- fivepointed stars
- sixpointed stars

4.3 Tùy chọn vị trí

Gồm có:

- left `\tikz \draw[fill] (0,0)node[left]{O} circle(1pt);` 
- right `\tikz \draw[fill] (0,0)node[right]{X} circle(1pt);` 
- above `\tikz \draw[fill] (0,0)node[above]{Y} circle(1pt);` 
- Xa hơn: `above = 10pt \tikz \draw[fill] (0,0)node[above = 10pt]{O} circle(1pt);`


- below, right below, left above, ...
- anchor = north east `\tikz \draw[fill] (0,0)node[anchor = north east]{O} circle(1pt);`

- ...

Phần II.

Vẽ hình học phẳng bằng tkz-euclide

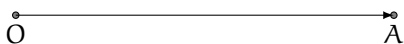
5 MỞ ĐẦU

Vì đã nạp gói từ phần 1 rồi nên ta cứ thế mà triển khai.

1. Tạo file đơn giản
2. Copy code đơn giản
3. Chạy thử nghiệm

File mẫu đơn giản ta copy như sau:

```
\documentclass[12pt,a4paper]{article}
\usepackage[utf8]{vietnam}
\usepackage{tkz-euclide}
\usetkzobj{all}
\usepackage{tikz,tkz-tab,tkz-linknodes}
\begin{document}
\begin{tikzpicture}[line join = round]
\tkzDefPoint{0/0/O, 5/0/A}
\tkz
\end{tikzpicture}
\end{document}
```



Ồ, cũng không khó lắm. Việc gán nhãn (label) cho 1 điểm có thể làm thủ công, khi đó, ta thích gì gán đó. Bỏ luôn dấu chấm ở lệnh `\tkzDrawPoints`.

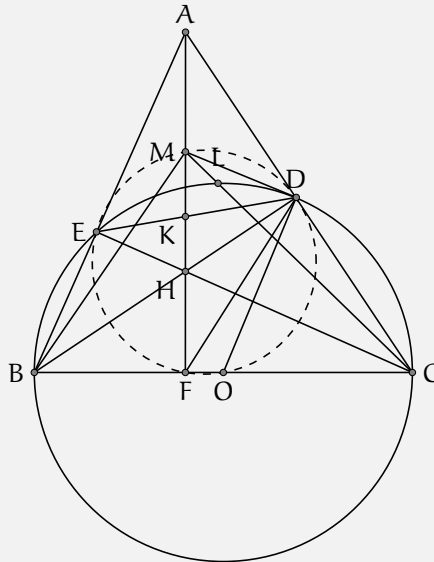


Khoan đã, mục tiêu ở phần này là vẽ hình học phẳng mà. Vậy ta thử vẽ hình theo một bài toán cho trước xem sao nhé. Lớp 9 là hay nhất.

SGD HCM 2016

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các đoạn AC, AB lần lượt tại D, E . Gọi H là giao điểm của BD và CE , F là giao điểm của AH và BC .

1. Chứng minh: $AF \perp BC$ và $\widehat{AFD} = \widehat{ACE}$.
2. Gọi M là trung điểm của AH . Chứng minh $MD \perp OD$ và 5 điểm M, D, O, F, E cùng thuộc một đường tròn.
3. Gọi K là giao điểm của AH và DE . Chứng minh $MD^2 = MK \cdot MF$ và K là trực tâm của tam giác MBC .
4. Chứng minh: $\frac{2}{FK} = \frac{1}{FH} + \frac{1}{FA}$.



Ồi nhìn hình là thấy nản rồi. Chả nhẽ chuyển sang geogebra cho lành nhỉ? Thôi quyết tâm, ta làm từng bước một, không hiểu đâu ta hỏi google.

6 NÂNG CAO

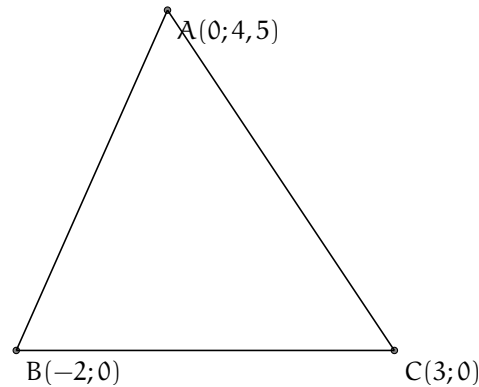
6.1 Vẽ hệ điểm cơ bản

Vẽ nháp ở ngoài và ta có được hệ điểm có tam giác ABC đẹp đẹp dễ nhìn. Có thể chỉnh thêm khi “lên hình”.

```

\begin{tikzpicture}
\tkzInit[ymin=-3,ymax=5,xmin=-6,xmax=5]
\tkzClip
\tkzDefPoints{0/4.5/A,-2/0/B,3/0/C}
\tkzLabelPoint[] (A){$A(0;4,5)$}
\tkzLabelPoint[] (B){$B(-2;0)$}
\tkzLabelPoint[] (C){$C(3;0)$}
\tkzDrawPoints(A,B,C)
\tkzDrawSegments(A,B B,C C,A)
\end{tikzpicture}

```



Tới đây có vẻ nhanh quá. Chậm lại nhé. Lệnh `tkzInit` thì hiển nhiên là khởi tạo rồi. Một miền giới hạn bởi 4 tham số. Lệnh `tkzClip` sẽ cắt theo 4 tham số đó. `tkzDefPoint` là định nghĩa tọa độ điểm (thêm “s” là số nhiều - easy), `tkzLabelPoint` là gán nhãn (đặt tên) đã nói ở trên. `tkzDrawPoint` sẽ “chấm” điểm đen tại điểm tọa độ cho trước. `tkzDrawSegment` thì là vẽ đoạn thẳng chứ gì nữa.

Khoan, có vẻ không đẹp lắm, vì cạnh cắt “nhãn”, không sao, cứ để đó, cuối giờ chỉnh, chứ giờ chỉnh thì biết vẽ sao mà không cắt đây? Tiếp theo, ta tạm quên vụ tọa độ các điểm đi, xóa khỏi nhãn luôn nha.

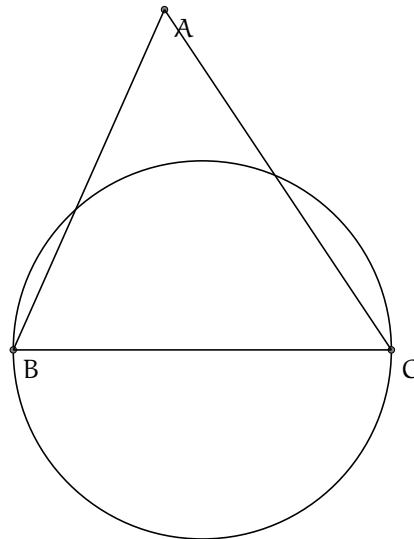
6.2 Vẽ đường tròn

Đọc kỹ đề, ta sẽ vẽ đường tròn đường kính BC. Có nhiều cách, tuy nhiên ta chọn cách dễ nhất. Lấy trung điểm O của BC và vẽ đường tròn.

```

\begin{tikzpicture}
\tkzInit[ymin=-3,ymax=5,xmin=-6,xmax=5]
\tkzClip
\tkzDefPoints{0/4.5/A,-2/0/B,3/0/C}
\tkzDefMidPoint(B,C)\tkzGetPoint{O}
\tkzDrawCircle(O,B)
\tkzLabelPoints(A,B,C)
\tkzDrawPoints(A,B,C)
\tkzDrawSegments(A,B B,C C,A)
\end{tikzpicture}

```



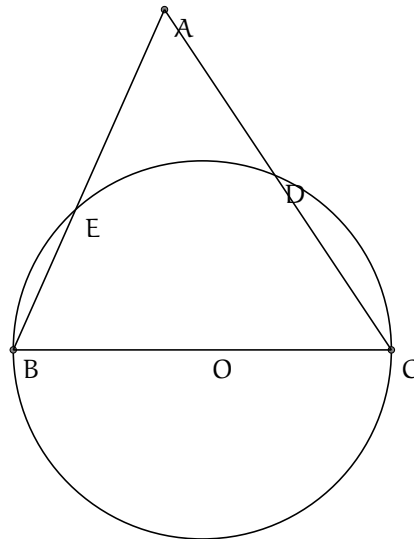
6.3 Vẽ giao điểm

Giờ D, E xử sao đây, tất nhiên là giao điểm rồi! `tkzInterLC` tức là “intersection of Line and Circle”, dịch ra là hiểu. Mở rộng `tkzInterLL` tức là “intersection of Line and Line”. Ở vậy sao có lúc `tkzGetPoint`, lại có lúc `tkzGetSecondPoint`, `tkzGetFirstPoint`, rắc rối. Tóm lại dễ hiểu là lúc nào sinh ra 1 điểm thì ta `GetPoint` còn sinh ra 2 điểm thì `Get2Point: First & Second`. Có quy luật `Get`, tuy nhiên, ta `GetFirst` không xong thì ta `GetSecond`, cho nhanh.

```

\begin{tikzpicture}
\tkzInit[ymin=-3,ymax=5,xmin=-6,xmax=5]
\tkzClip
\tkzDefPoints{0/4.5/A,-2/0/B,3/0/C}
\tkzDefMidPoint(B,C)\tkzGetPoint{O}
\tkzDrawCircle(O,B)
\tkzInterLC(A,B)(O,B)\tkzGetSecondPoint{E}
\tkzInterLC(A,C)(O,B)\tkzGetFirstPoint{D}
\tkzLabelPoints(A,B,C,O,D,E)
\tkzDrawPoints(A,B,C)
\tkzDrawSegments(A,B B,C C,A)
\end{tikzpicture}

```

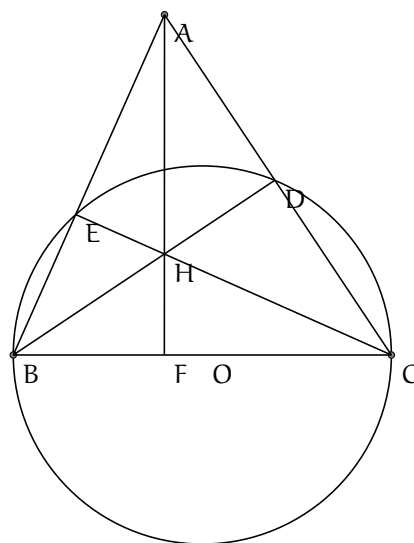


Đã đến lúc dùng tới `tkzInterLL` rồi kìa, $BD \cap CE = H, AH \cap BC = F$. Nói lại luôn nha.

```

\begin{tikzpicture}
\tkzInit[ymin=-3,ymax=5,xmin=-6,xmax=5]
\tkzClip
\tkzDefPoints{0/4.5/A,-2/0/B,3/0/C}
\tkzDefMidPoint(B,C)\tkzGetPoint{O}
\tkzDrawCircle(O,B)
\tkzInterLC(A,B)(O,B)\tkzGetSecondPoint{E}
\tkzInterLC(A,C)(O,B)\tkzGetFirstPoint{D}
\tkzInterLL(B,D)(C,E)\tkzGetPoint{H}
\tkzInterLL(B,C)(A,H)\tkzGetPoint{F}
\tkzLabelPoints(A,B,C,O,D,E,H,F)
\tkzDrawPoints(A,B,C)
\tkzDrawSegments(A,B B,C C,A B,D C,E A,F)
\end{tikzpicture}

```



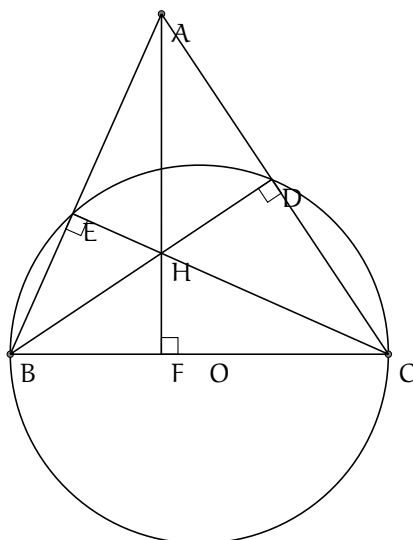
6.4 Đánh dấu góc

Ta đánh dấu góc vuông như thế nào nhỉ?

```

\begin{tikzpicture}
\tkzInit[ymin=-3,ymax=5,xmin=-6,xmax=5]
\tkzClip
\tkzDefPoints{0/4.5/A,-2/0/B,3/0/C}
\tkzDefMidPoint(B,C)\tkzGetPoint{O}
\tkzDrawCircle(O,B)
\tkzInterLC(A,B)(O,B)\tkzGetSecondPoint{E}
\tkzInterLC(A,C)(O,B)\tkzGetFirstPoint{D}
\tkzInterLL(B,D)(C,E)\tkzGetPoint{H}
\tkzInterLL(B,C)(A,H)\tkzGetPoint{F}
\tkzLabelPoints(A,B,C,O,D,E,H,F)
\tkzDrawPoints(A,B,C)
\tkzDrawSegments(A,B B,C C,A B,D C,E A,F)
\tkzMarkRightAngles(A,F,C B,D,C B,E,C)
\end{tikzpicture}

```

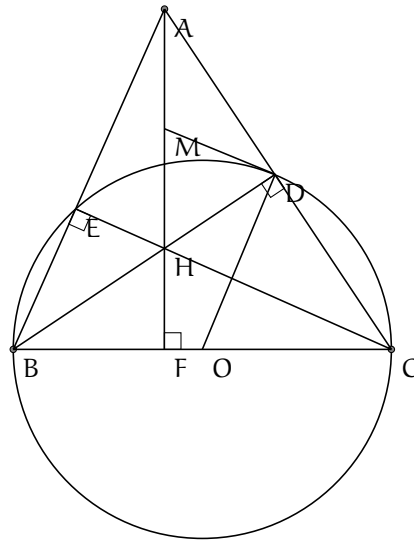


Tiếp tục nào, điểm M xuất hiện chưa? Vậy này giờ ta thấy gì qua code của hình? Đó là có thứ tự xuất hiện theo thứ tự dựng hình. Điểm nào xuất hiện rồi ta được phép dùng nó. Ví dụ giờ là điểm M là trung điểm AH (với điều kiện là điểm A, H phải có rồi). Do đó lệnh tìm trung điểm tkzDefMidPoint phải nằm sau H nhé.

```

\begin{tikzpicture}
\tkzInit[ymin=-3,ymax=5,xmin=-6,xmax=5]
\tkzClip
\tkzDefPoints{0/4.5/A,-2/0/B,3/0/C}
\tkzDefMidPoint(B,C)\tkzGetPoint{O}
\tkzDrawCircle(O,B)
\tkzInterLC(A,B)(O,B)\tkzGetSecondPoint{E}
\tkzInterLC(A,C)(O,B)\tkzGetFirstPoint{D}
\tkzInterLL(B,D)(C,E)\tkzGetPoint{H}
\tkzInterLL(B,C)(A,H)\tkzGetPoint{F}
\tkzDefMidPoint(A,H)\tkzGetPoint{M}
\tkzLabelPoints(A,B,C,O,D,E,H,F,M)
\tkzDrawPoints(A,B,C)
\tkzDrawSegments(A,B B,C C,A B,D C,E A,F M,D D,O)
\tkzMarkRightAngles(A,F,C B,D,C B,E,C)
\end{tikzpicture}

```



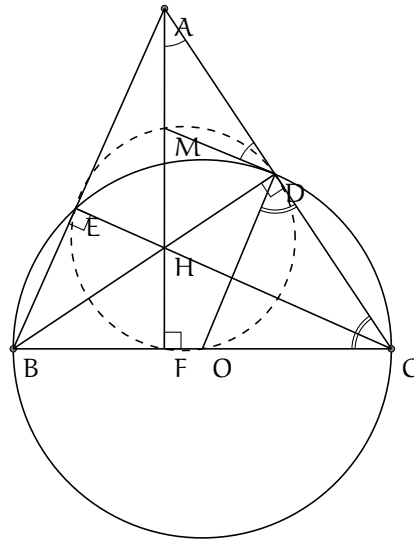
6.5 Đường tròn ngoại tiếp

Vấn đề tiếp, làm sao vẽ đường tròn đi qua 5 điểm M, D, O, F, E ? Tất nhiên là chỉ cần 3 điểm. Còn việc đánh dấu góc không phải vuông?

```

\begin{tikzpicture}
\tkzInit[ymin=-3,ymax=5,xmin=-6,xmax=5]
\tkzClip
\tkzDefPoints{0/4.5/A,-2/0/B,3/0/C}
\tkzDefMidPoint(B,C)\tkzGetPoint{O}
\tkzDrawCircle(O,B)
\tkzInterLC(A,B)(O,B)\tkzGetSecondPoint{E}
\tkzInterLC(A,C)(O,B)\tkzGetFirstPoint{D}
\tkzInterLL(B,D)(C,E)\tkzGetPoint{H}
\tkzInterLL(B,C)(A,H)\tkzGetPoint{F}
\tkzDefMidPoint(A,H)\tkzGetPoint{M}
\tkzDrawCircle[dashed,circum](O,M,E)
\tkzLabelPoints(A,B,C,O,D,E,H,F,M)
\tkzDrawPoints(A,B,C)
\tkzDrawSegments(A,B B,C C,A B,D C,E A,F M,D D,O)
\tkzMarkRightAngles(A,F,C B,D,C B,E,C)
\tkzMarkAngles[size=0.5cm](M,A,D A,D,M)
\tkzMarkAngles[arc=ll,size=0.5 cm,mkcolor=red](O,D,C D,C,O)
\end{tikzpicture}

```



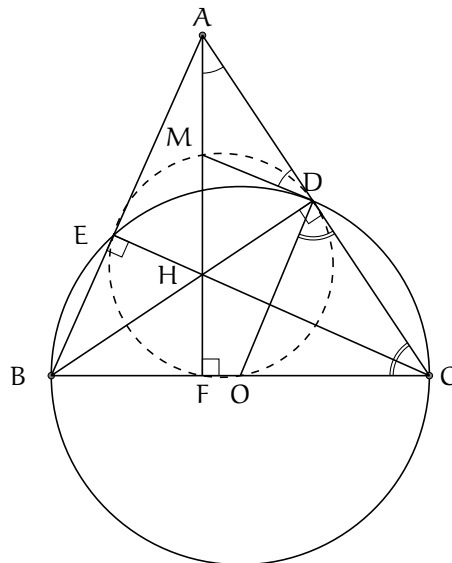
6.6 Đặt tên cho đẹp

Cũng gần xong rồi. Ta chăm chút cho tác phẩm nào. Ta đặt tên từng điểm ở vị trí thích hợp cho đẹp.

```

\begin{tikzpicture}
\tkzInit[ymin=-3,ymax=5,xmin=-6,xmax=5]
\tkzClip
\tkzDefPoints{0/4.5/A,-2/0/B,3/0/C}
\tkzDefMidPoint(B,C)\tkzGetPoint{O}
\tkzDrawCircle(O,B)
\tkzInterLC(A,B)(O,B)\tkzGetSecondPoint{E}
\tkzInterLC(A,C)(O,B)\tkzGetFirstPoint{D}
\tkzInterLL(B,D)(C,E)\tkzGetPoint{H}
\tkzInterLL(B,C)(A,H)\tkzGetPoint{F}
\tkzDefMidPoint(A,H)\tkzGetPoint{M}
\tkzDrawCircle[dashed,circum](O,M,E)
\tkzLabelPoints[left=.2cm](B,E,H)
\tkzLabelPoints[above left](M)
\tkzLabelPoints[right](C)
\tkzLabelPoints[below](O,F)
\tkzLabelPoints[above](A,D)
\tkzDrawPoints(A,B,C)
\tkzDrawSegments(A,B B,C C,A B,D C,E A,F M,D D,O)
\tkzMarkRightAngles(A,F,C B,D,C B,E,C)
\tkzMarkAngles[size=0.5cm](M,A,D A,D,M)
\tkzMarkAngles[arc=ll,size=0.5 cm,mkcolor=red](O,D,C D,C,O)
\end{tikzpicture}

```

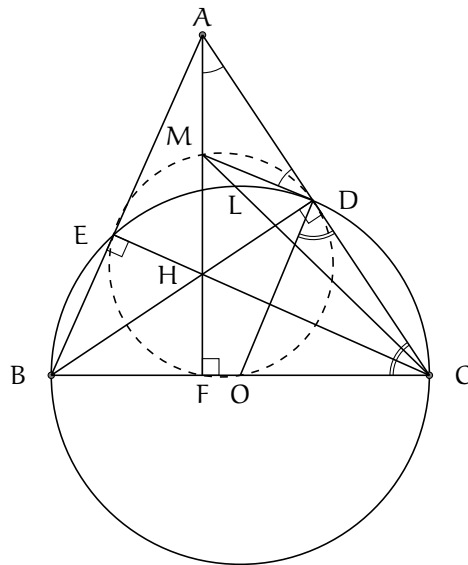


Và kết quả cuối cùng.

```

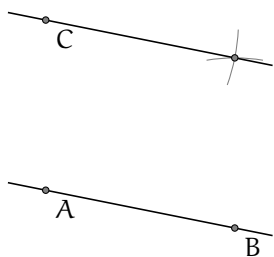
\begin{tikzpicture}
\tkzInit[ymin=-3,ymax=5,xmin=-6,xmax=5]
\tkzClip
\tkzDefPoints{0/4.5/A,-2/0/B,3/0/C}
\tkzDefMidPoint(B,C)\tkzGetPoint{O}
\tkzDrawCircle(O,B)
\tkzInterLC(A,B)(O,B)\tkzGetSecondPoint{E}
\tkzInterLC(A,C)(O,B)\tkzGetFirstPoint{D}
\tkzInterLL(B,D)(C,E)\tkzGetPoint{H}
\tkzInterLL(B,C)(A,H)\tkzGetPoint{F}
\tkzDefMidPoint(A,H)\tkzGetPoint{M}
\tkzDrawCircle[dashed,circum](O,M,E)
\tkzInterLC(M,C)(O,B)\tkzGetFirstPoint{L}
\tkzLabelPoints[left=.2cm](B,E,H)
\tkzLabelPoints[above left](M)
\tkzLabelPoints[right=.2cm](C,D)
\tkzLabelPoints[below](O,F,L)
\tkzLabelPoints[above](A)
\tkzDrawPoints(A,B,C)
\tkzDrawSegments(A,B B,C C,A B,D C,E A,F M,D D,O M,C)
\tkzMarkRightAngles(A,F,C B,D,C B,E,C)
\tkzMarkAngles[size=0.5cm](M,A,D A,D,M)
\tkzMarkAngles[arc=ll,size=0.5 cm,mkcolor=red](O,D,C D,C,O)
\end{tikzpicture}

```



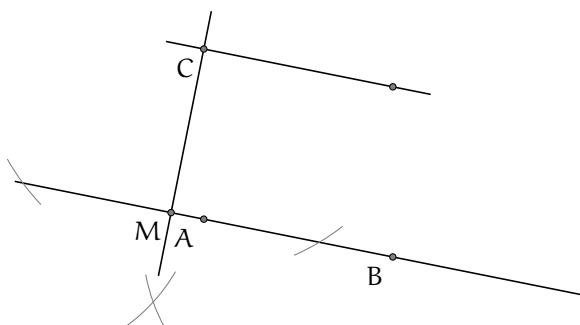
7 CÁC LỆNH CƠ SỞ CHO PHÉP CHIẾU VÀ PHÉP BIẾN HÌNH

7.1 Phép dựng song song



Chú ý. Lệnh `tkzShowLine` vẽ các bước dựng hình để được đường như mong muốn.

7.2 Phép chiếu vuông góc



7.3 Phép biến hình

7.3.1 Tịnh tiến

Với lệnh `tkzDefPointsBy[translation= from A to A'](B,C)` sẽ được B', C' là ảnh của B, C qua phép tịnh tiến véc-tơ $\overrightarrow{AA'}$.

Nếu ta đặt tên điểm mới không phải mặc định thì

```
\tkzDefPointsBy[translation= from A to A'](B)
\tkzGetPoint{b}
\tkzLabelPoint{b}{M$}
```

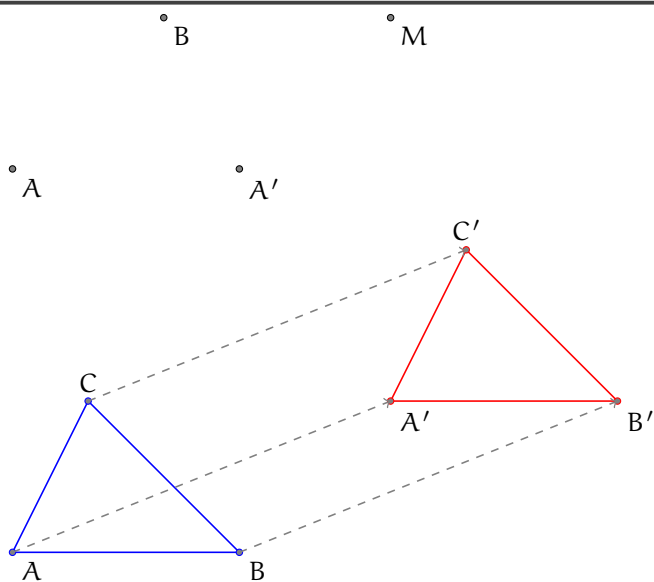
sẽ tịnh tiến điểm B thành điểm b có tên là M .

```

\begin{tikzpicture}
\tkzDefPoints{0/0/A, 3/0/A', 2/2/B}
\tkzDefPointBy[translation= from A to A'](B)
\tkzGetPoint{b}
\tkzDrawPoints(A,A',B,b)
\tkzLabelPoint(b){M}
\tkzLabelPoints(A,A',B)
\end{tikzpicture}

\begin{tikzpicture}
\tkzDefPoint(0,0){A} \tkzDefPoint(5,2){A'}
\tkzDefPoint(3,0){B} \tkzDefPoint(1,2){C}
\tkzDefPointsBy[translation= from A to A'](B,C){}
\tkzDrawPolygon[color=blue](A,B,C)
\tkzDrawPolygon[color=red](A',B',C')
\tkzDrawPoints[color=blue](A,B,C)
\tkzDrawPoints[color=red](A',B',C')
\tkzLabelPoints(A,B,A',B') \tkzLabelPoints[above](C,C')
\tkzDrawSegments[color = gray,->,style=dashed](A,A' B,B' C,C')
\end{tikzpicture}

```



7.3.2 Quay

Cú pháp

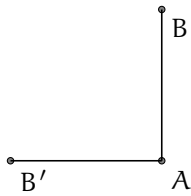
```
\tkzDefPointBy[rotation= center A angle a](B)
```

nghĩa là quay tâm A góc a của điểm B.

```

\begin{tikzpicture}
\tkzDefPoints{0/0/A, 0/2/B}
\tkzDefPointBy[rotation= center A angle 90](B)
\tkzGetPoint{b}
\tkzDrawPoints(A,B,b)
\tkzDrawSegments(A,B A,b)
\tkzLabelPoint(b){B'}
\tkzLabelPoints(A,B)
\end{tikzpicture}

```



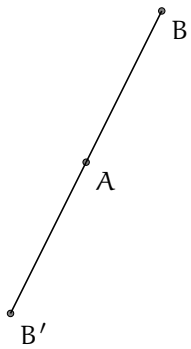
7.3.3 Đối xứng tâm

Cú pháp

```
\tkzDefPointBy[symmetry=center A](B)
```

nghĩa là đối xứng tâm A của điểm B.

```
\begin{tikzpicture}
\tkzDefPoints{0/0/A, 1/2/B}
\tkzDefPointBy[symmetry=center A](B)
\tkzGetPoint{b}
\tkzDrawPoints(A,B,b)
\tkzDrawSegments(A,B A,b)
\tkzLabelPoint(b){$B'$}
\tkzLabelPoints(A,B)
\end{tikzpicture}
```



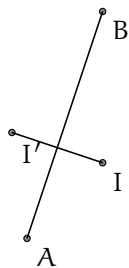
7.3.4 Đối xứng trục

Cú pháp

```
[reflection=over A--B](I)
```

nghĩa là đối xứng qua AB của điểm I.

```
\begin{tikzpicture}
\tkzDefPoints{0/0/A, 1/3/B, 1/1/I}
\tkzDefPointBy[reflection=over A--B](I)\tkzGetPoint{I'}%Tự get I'
\tkzDrawPoints(A,B,I,I')
\tkzDrawSegments(A,B I,I')
\tkzLabelPoints(A,B,I,I')
\end{tikzpicture}
```

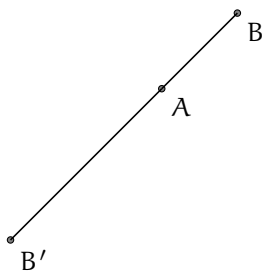
7.3.5 Vị tự

Cú pháp

```
[homothety=center A ratio k](B)
```

nghĩa vị tự tâm A, tỉ số k của điểm B.

```
\begin{tikzpicture}
\tkzDefPoints{0/0/A, 1/1/B}
\tkzDefPointBy[homothety=center A ratio -2](B)\tkzGetPoint{B'}
\tkzDrawPoints(A,B,B')
\tkzDrawSegments(A,B A,B')
\tkzLabelPoints(A,B,B')
\end{tikzpicture}
```



7.3.6 Tổng hợp

TỔNG KẾT PHÉP BIẾN HÌNH

1. Tịnh tiến `\tkzDefPointBy[translation=from A to B](E)`
2. Vị tự `\tkzDefPointBy[homothety=center A ratio .5](E)`
3. Đối xứng trục `\tkzDefPointBy[reflection=over A--B](E)`
4. Đối xứng tâm `\tkzDefPointBy[symmetry=center A](E)`
5. Chiếu vuông góc `\tkzDefPointBy[projection=onto A--B](E)`
6. Quay `\tkzDefPointBy[rotation=center O angle 30](E)`
7. Nghịch đảo `\tkzDefPointBy[inversion =center O through A](E)`

Chú ý: Có thể thực hiện cùng lúc nhiều điểm bằng lệnh `\tkzDefPointsBy[tên phép biến hình]`.

8 CÁC ĐIỂM ĐẶC BIỆT VÀ ĐƯỜNG ĐẶC BIỆT TRONG TAM GIÁC

8.1 Trung điểm

Cú pháp `\tkzDefMidPoint(A,B)\tkzGetPoint{I}`

8.2 Trọng tâm

Cú pháp `\tkzCentroid(A,B,C)\tkzGetPoint{G}`

8.3 Tâm đường tròn ngoại tiếp

Cú pháp `\tkzCircumCenter(A,B,C)\tkzGetPoint{I}`

8.4 Tâm đường tròn nội tiếp

Cú pháp `\tkzInCenter(A,B,C)\tkzGetPoint{J}`

8.5 Trực tâm

Cú pháp `\tkzOrthoCenter(A,B,C)\tkzGetPoint{H}` Hoặc có thể ta dựng hai đường cao AD, BE và dùng `\tkzInterLL(A,D)(B,E)` xem mục dưới.

8.6 Đường cao

Cú pháp trực tâm và đường cao gồm 3 lệnh

```
\tkzDefPointBy[projection=onto B--C](A)\tkzGetPoint{D} %Dựng đường cao AD.;
\tkzDefPointBy[projection=onto A--C](B)\tkzGetPoint{E} %Dựng đường cao BE.;
\tkzInterLL(A,D)(B,E)\tkzGetPoint{H} %Dựng trực tâm H.;
```

8.7 Đường trung tuyến

Chỉ cần tìm trung điểm cạnh đối diện và nối lại.

8.8 Đường phân giác

Cú pháp `\tkzDefLine[bisector](B,A,C)\tkzGetPoint{d}` %Lấy điểm d trên phân giác trong góc A và `\tkzInterLL(A,d)(B,C)\tkzGetPoint{D}` %Chân đường cao D. Nếu muốn dựng phân giác ngoài thì `\tkzDefLine[bisector out](B,A,C)\tkzGetPoint{d}`.

8.9 Đường trung trực

Chỉ cần tìm trung điểm AB và dựng đường vuông góc với AB. Cú pháp

```
\tkzDefMidPoint(B,A)\tkzGetPoint{I} và
\tkzDefLine[perpendicular=through I](B,A)\tkzGetPoint{K}.
```

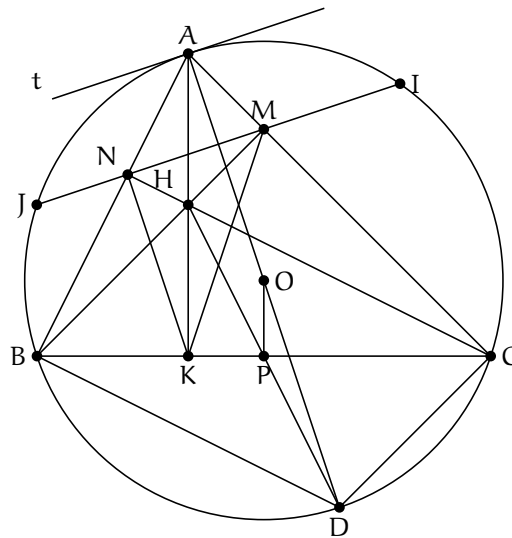
9 THỰC HÀNH

Vẽ theo bài tập sau đây và vẽ xong so với kết quả code phía dưới.

Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định vòng 2 2016

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AK, BM, CN của tam giác ABC cắt nhau tại H.

- Chứng minh: $\widehat{NKH} = \widehat{MKH}$.
- Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) tại hai điểm I, J. Chứng minh AO đi qua trung điểm của IJ.
- Gọi P là trung điểm BC, diện tích tứ giác AMHN là S. Chứng minh $2OP^2 > S$.



```

\begin{tikzpicture}[thick]
\tkzDefPoints{0/2/A,-2/-2/B,4/-2/C}
%\tkzCentroid(A,B,C)\tkzGetPoint{G}
\tkzCircumCenter(A,B,C)\tkzGetPoint{O}
\tkzOrthoCenter(A,B,C)\tkzGetPoint{H}
\tkzInterLL(A,B)(C,H)\tkzGetPoint{X}
\tkzInterLL(C,A)(B,H)\tkzGetPoint{Y}
\tkzInterLL(B,C)(A,H)\tkzGetPoint{Z}
\tkzInterLC(Y,X)(O,A)\tkzGetPoints{J}{I}
\tkzDefPointBy[translation = from X to Y](A)\tkzGetPoint{U}
\tkzDefPointBy[symmetry= center A](U)\tkzGetPoint{V}
\tkzDefPointBy[symmetry= center O](A)\tkzGetPoint{D}
\tkzDefMidPoint(B,C)\tkzGetPoint{P}
\tkzDrawSegments(A,B B,C C,A A D,B D,A D,C C,X B,Y A,Z D,H P,O I,J Z,Y X,Z U,V)
\tkzDrawCircle(O,A)
\tkzDrawPoints[color = black,fill = black,size=4](A,B,C,D,P,H,O,X,Y,Z,I,J)
\tkzLabelPoints[above](A)\tkzLabelPoints[left](B,J)
\tkzLabelPoints[right](C,I,O)\tkzLabelPoints[below](D,P)
\tkzLabelPoint[below](Z){$K$}\tkzLabelPoint[above](Y){$M$}
\tkzLabelPoint[above left](X){$N$}
\tkzLabelPoint[above left](V){$t$}
%\tkzLabelPoints[shift={(-0.15,0.6)}](G,O)
\tkzLabelPoints[shift={(-0.6,0.6)}](H)
\end{tikzpicture}

```

10 TẠM KẾT

Hy vọng tài liệu nhỏ này giúp được thầy cô phần nào vẽ được hình trong TikZ và tkz-euclide. Thầy cô nghiên cứu thêm 2 tài liệu tham khảo bên dưới để hiểu rõ thêm lệnh vì tài liệu này còn rất đơn sơ và thiếu sót. Mọi góp ý về sai sót xin gửi thư hoặc inbox tác giả.

11 TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. TikZ manual 3.0.1a, Till Tantau, ctan.org, 29/08/2015
2. tkz-euclide screen 1.16c (manual), Alter Mundus, ctan.org, 2011